

# ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

А.А. Емельянов, А.В.Кобзев, А.В. Медведев,  
А.В. Шепельков, Е.А. Зарубин, А.Н. Воробьев

## МОДЕЛИРОВАНИЕ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ С ПЕРЕМЕННЫМИ $\bar{\psi}_m - \bar{\psi}_s$

При выполнении студентами дипломных и курсовых работ, связанных с моделированием асинхронного двигателя, возникает необходимость увеличения вариантов их модификаций. Одним из способов решения этой задачи является возможность выразить электромагнитный момент через различную комбинацию переменных токов и потокосцеплений двигателя [1, с.238] и [2].

Основные уравнения математической модели АД, записаны в векторной форме в относительных единицах, имеют следующий вид [3]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{u}_S = r_S \cdot \bar{i}_S + \frac{d\bar{\psi}_S}{dt} + j \cdot \alpha_k \cdot \bar{\psi}_S \\ 0 = r_R \cdot \bar{i}_R + \frac{d\bar{\psi}_R}{dt} + j \cdot (\alpha_k - \nu \cdot p) \cdot \bar{\psi}_R \\ \bar{\psi}_S = x_S \cdot \bar{i}_S + x_m \cdot \bar{i}_R \\ \bar{\psi}_R = x_R \cdot \bar{i}_R + x_m \cdot \bar{i}_S \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (4) \end{array}$$

Рассмотрим асинхронный двигатель с К.З. ротором ( $\bar{u}_R = 0$ ), кроме того, определим электромагнитный момент по следующей формуле [1, с.238]

$$\bar{\psi}_m = \bar{\psi}_s - l_{s\sigma} \cdot \bar{i}_s \quad (5)$$

$$m = \frac{1}{l_{s\sigma}} (\psi_{m\alpha} \cdot \psi_{s\beta} - \psi_{m\beta} \cdot \psi_{s\alpha}) \quad (6)$$

Перенесём производные в уравнениях (1) и (2) в левую часть:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\bar{\psi}_S}{dt} = \bar{u}_S - r_S \cdot \bar{i}_S - j \alpha_k \cdot \bar{\psi}_S \\ \frac{d\bar{\psi}_R}{dt} = -r_R \cdot \bar{i}_R - j \alpha_k \cdot \bar{\psi}_R + j \cdot p \cdot (\nu \cdot \bar{\psi}_R) \\ \bar{\psi}_S = x_S \cdot \bar{i}_S + x_m \cdot \bar{i}_R \\ \bar{\psi}_R = x_R \cdot \bar{i}_R + x_m \cdot \bar{i}_S \\ \bar{\psi}_m = \bar{\psi}_s - l_{s\sigma} \cdot \bar{i}_s \end{array} \right.$$

Система уравнений в операторной форме ( $\frac{d}{dt} = s$ ) запишется в следующем виде:

$$\begin{cases} s \cdot \bar{\psi}_S = \bar{u}_s - r_s \cdot \bar{i}_s - j \alpha_k \cdot \bar{\psi}_S \\ s \cdot \bar{\psi}_R = -r_R \cdot \bar{i}_R - j \alpha_k \cdot \bar{\psi}_R + j \cdot p \cdot (v \cdot \bar{\psi}_R) \\ \bar{\psi}_S = x_S \cdot \bar{i}_S + x_m \cdot \bar{i}_R \\ \bar{\psi}_R = x_R \cdot \bar{i}_R + x_m \cdot \bar{i}_S \\ \bar{\psi}_m = \bar{\psi}_s - l_{s\sigma} \cdot \bar{i}_s \end{cases}$$

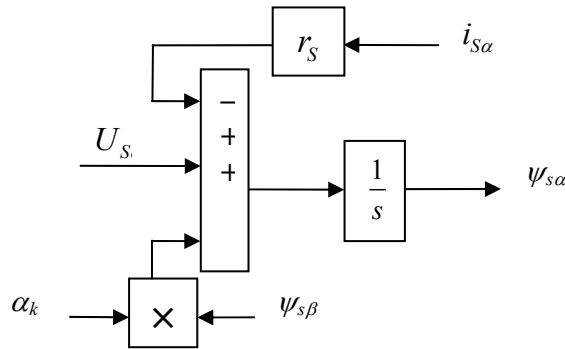
Вещественную ось обозначим через  $\alpha$ , а мнимую –  $\beta$ . Пространственные векторы в этом случае раскладываются по осям:

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_S &= \psi_{s\alpha} + j\psi_{s\beta} & \bar{\psi}_R &= \psi_{R\alpha} + j\psi_{R\beta} \\ \bar{i}_S &= i_{s\alpha} + j \cdot i_{s\beta} & \bar{i}_R &= i_{R\alpha} + j \cdot i_{R\beta} \\ \bar{\psi}_m &= \psi_{m\alpha} + j\psi_{m\beta} \end{aligned}$$

1) Подставим эти значения в вышеприведенные уравнения и, приравняв отдельно вещественные и мнимые части, получим:

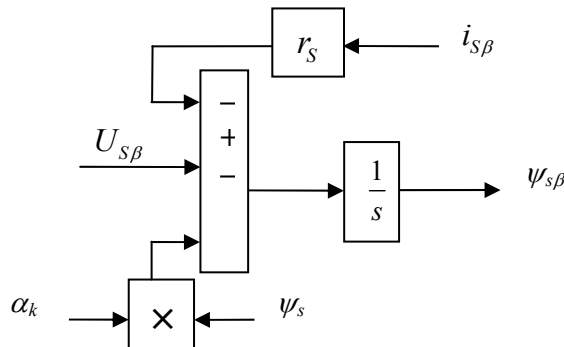
$$\begin{aligned} s \cdot \psi_{s\alpha} + j \cdot s \cdot \psi_{s\beta} &= u_{s\alpha} + j \cdot u_{s\beta} - r_s \cdot i_{s\alpha} - j \cdot r_s \cdot i_{s\beta} - j \cdot \alpha_k \cdot \psi_{s\alpha} + \alpha_k \cdot \psi_{s\beta} \\ \psi_{s\alpha} &= (u_{s\alpha} - r_s \cdot i_{s\alpha} + \alpha_k \cdot \psi_{s\beta}) \cdot \frac{1}{s} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Структурная схема для уравнения (1.1):



$$\psi_{s\beta} = (u_{s\beta} - r_s \cdot i_{s\beta} - \alpha_k \cdot \psi_{s\alpha}) \cdot \frac{1}{s} \quad (1.2)$$

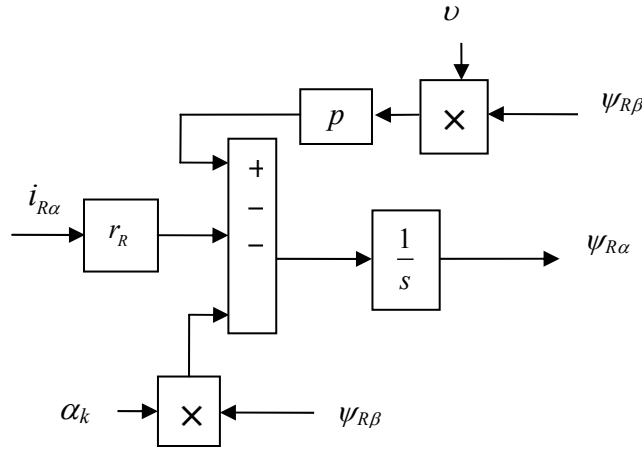
Структурная схема для уравнения (1.2):



$$2) \quad s \cdot \psi_{R\alpha} + j \cdot s \cdot \psi_{R\beta} = -r_R \cdot i_{R\alpha} - j \cdot r_R \cdot i_{R\beta} - j \cdot \alpha_k \cdot \psi_{R\alpha} + \alpha_k \cdot \psi_{R\beta} + j \cdot p \cdot (v \cdot \psi_{R\alpha}) - p \cdot (v \cdot \psi_{R\beta})$$

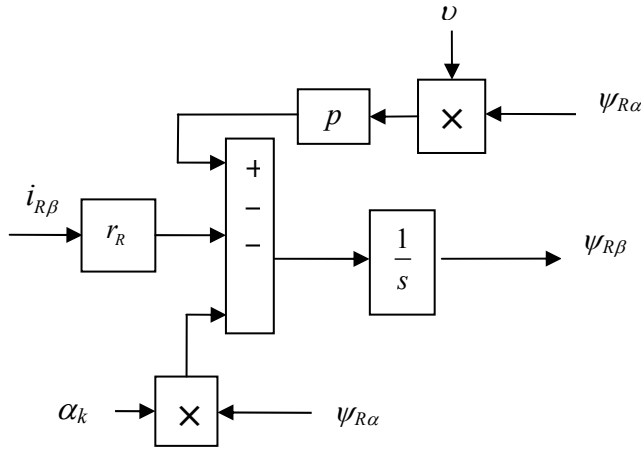
$$\psi_{R\alpha} = (-r_R \cdot i_{R\alpha} + \alpha_k \cdot \psi_{R\beta} - p \cdot (v \cdot \psi_{R\beta})) \cdot \frac{1}{s} \quad (2.1)$$

Структурная схема для уравнения (2.1):



$$\psi_{R\beta} = (-r_R \cdot i_{R\beta} - \alpha_k \cdot \psi_{R\alpha} + j \cdot p \cdot (v \cdot \psi_{R\alpha})) \cdot \frac{1}{s} \quad (2.2)$$

Структурная схема для уравнения (2.2):



3) Из уравнений (3) - (4) получим  $\bar{i}_s$  и  $\bar{i}_R$ :

$$\begin{cases} \bar{\psi}_S = x_S \cdot \bar{i}_S + x_m \cdot \bar{i}_R \\ \bar{\psi}_R = x_R \cdot \bar{i}_R + x_m \cdot \bar{i}_S \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_R \bar{\psi}_S = x_S \cdot x_R \cdot \bar{i}_S + x_m \cdot x_R \cdot \bar{i}_R \\ x_m \bar{\psi}_R = x_R \cdot x_m \cdot \bar{i}_R + x_m^2 \cdot \bar{i}_S \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_m \bar{\psi}_S = x_S \cdot x_m \cdot \bar{i}_S + x_m^2 \cdot \bar{i}_R \\ x_s \bar{\psi}_R = x_R \cdot x_s \cdot \bar{i}_R + x_m \cdot x_s \cdot \bar{i}_S \end{cases}$$

$$x_R \bar{\psi}_S - x_m \bar{\psi}_R = (x_S \cdot x_R - x_m^2) \cdot \bar{i}_S$$

$$\bar{i}_S = \frac{x_R}{x_S \cdot x_R - x_m^2} \cdot \bar{\psi}_S - \frac{x_m}{x_S \cdot x_R - x_m^2} \cdot \bar{\psi}_R$$

$$x_s \bar{\psi}_R - x_m \bar{\psi}_S = (x_S \cdot x_R - x_m^2) \cdot \bar{i}_R$$

$$\bar{i}_R = \frac{x_s}{x_R \cdot x_S - x_m^2} \cdot \bar{\psi}_R - \frac{x_m}{x_S \cdot x_R - x_m^2} \cdot \bar{\psi}_S$$

$$\bar{i}_S = k_1 \cdot \bar{\psi}_S - k_2 \cdot \bar{\psi}_R$$

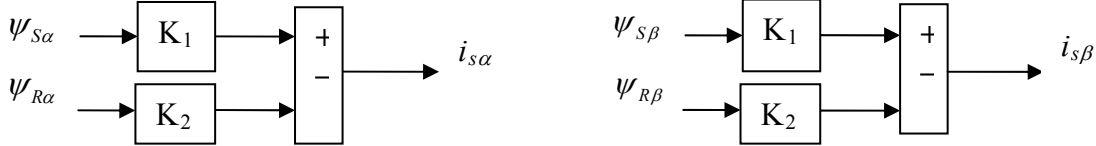
$$\bar{i}_R = k_3 \cdot \bar{\psi}_R - k_2 \cdot \bar{\psi}_S$$

$$\bar{i}_{s\alpha} + j \cdot i_{s\beta} = k_1 \cdot \psi_{s\alpha} + j \cdot k_1 \cdot \psi_{s\beta} - k_2 \cdot \psi_{R\alpha} - j \cdot k_2 \cdot \psi_{R\beta}$$

$$\begin{cases} \bar{i}_{s\alpha} = k_1 \cdot \psi_{s\alpha} - k_2 \cdot \psi_{R\alpha} \\ i_{s\beta} = k_1 \cdot \psi_{s\beta} - k_2 \cdot \psi_{R\beta} \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\begin{cases} \bar{i}_{s\alpha} = k_1 \cdot \psi_{s\alpha} - k_2 \cdot \psi_{R\alpha} \\ i_{s\beta} = k_1 \cdot \psi_{s\beta} - k_2 \cdot \psi_{R\beta} \end{cases} \quad (3.2)$$

Структурные схемы для уравнений (3.1 и 3.2):

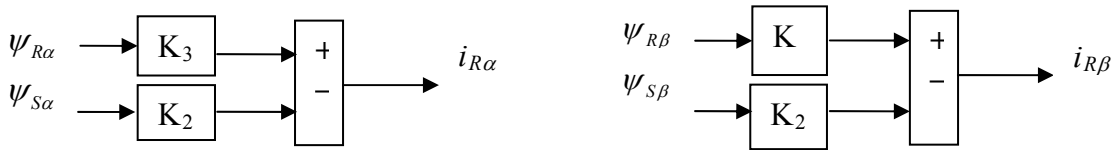


$$\bar{i}_{R\alpha} + j \cdot i_{R\beta} = k_3 \cdot \psi_{R\alpha} + j \cdot k_3 \cdot \psi_{R\beta} - k_2 \cdot \psi_{s\alpha} - j \cdot k_2 \cdot \psi_{s\beta}$$

$$\begin{cases} \bar{i}_{R\alpha} = k_3 \cdot \psi_{R\alpha} - k_2 \cdot \psi_{s\alpha} \\ i_{R\beta} = k_3 \cdot \psi_{R\beta} - k_2 \cdot \psi_{s\beta} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\begin{cases} \bar{i}_{R\alpha} = k_3 \cdot \psi_{R\alpha} - k_2 \cdot \psi_{s\alpha} \\ i_{R\beta} = k_3 \cdot \psi_{R\beta} - k_2 \cdot \psi_{s\beta} \end{cases} \quad (3.4)$$

Структурные схемы для уравнений (3.3 и 3.4):



4) Аналогично для уравнения  $\bar{\psi}_m$ :

$$\bar{\psi}_m = \bar{\psi}_s - l_{s\sigma} \cdot \bar{i}_s$$

$$\begin{cases} \psi_{m\alpha} = \psi_{s\alpha} - l_{s\sigma} \cdot i_{s\alpha} \\ \psi_{m\beta} = \psi_{s\beta} - l_{s\sigma} \cdot i_{s\beta} \end{cases} \quad (4.1)$$

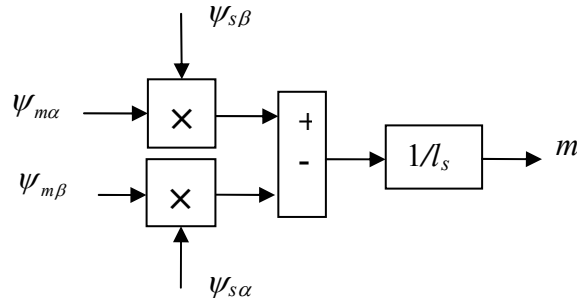
$$\begin{cases} \psi_{m\alpha} = \psi_{s\alpha} - l_{s\sigma} \cdot i_{s\alpha} \\ \psi_{m\beta} = \psi_{s\beta} - l_{s\sigma} \cdot i_{s\beta} \end{cases} \quad (4.2)$$

Структурные схемы для уравнений (4.1 и 4.2):



Уравнение для электромагнитного момента и его структурная схема записываются в виде:

$$m = \frac{1}{l_{s\sigma}} \cdot (\psi_{m\alpha} \cdot \psi_{s\beta} - \psi_{m\beta} \cdot \psi_{s\alpha})$$

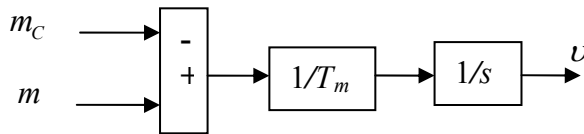


Уравнение движения:

$$m - m_c = T_m \cdot s \cdot v$$

Отсюда уравнение скорости и его структурная схема:

$$v = (m - m_c) \cdot \frac{1}{T_m} \cdot \frac{1}{s}$$



Для моделирования выберем асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором со следующими паспортными данными и параметрами [4], [5]:  $P = 320 \text{ кВт}$ ,  $U_1 = 380 \text{ В}$ ,  $I_1 = 324 \text{ А}$ ,  $f = 50 \text{ Гц}$ ,  $p = 3$ ,  $R_s = 0.0178 \text{ Ом}$ ,  $R_r = 0.0194 \text{ Ом}$ ,  $L_{\sigma s} = 0.118 \text{ Ом}$ ,  $L_{\sigma r} = 0.123 \text{ Ом}$ ,  $X_s = 4.67 \text{ Гн}$ ,  $X_r = 4.675 \text{ Гн}$ ,  $X_m = 4.552 \text{ Гн}$ ,  $J = 28 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

$$ls\sigma = 31.608$$

На вход модели в момент времени  $\bar{t} = 0$  подаются напряжения  $U_{s\alpha} = \cos \bar{t}$  и  $U_{s\beta} = \sin \bar{t}$ . Ос-

циллографы измеряют относительные значения электромагнитного момента и скорости. Результаты моделирования представлены на рис.1.

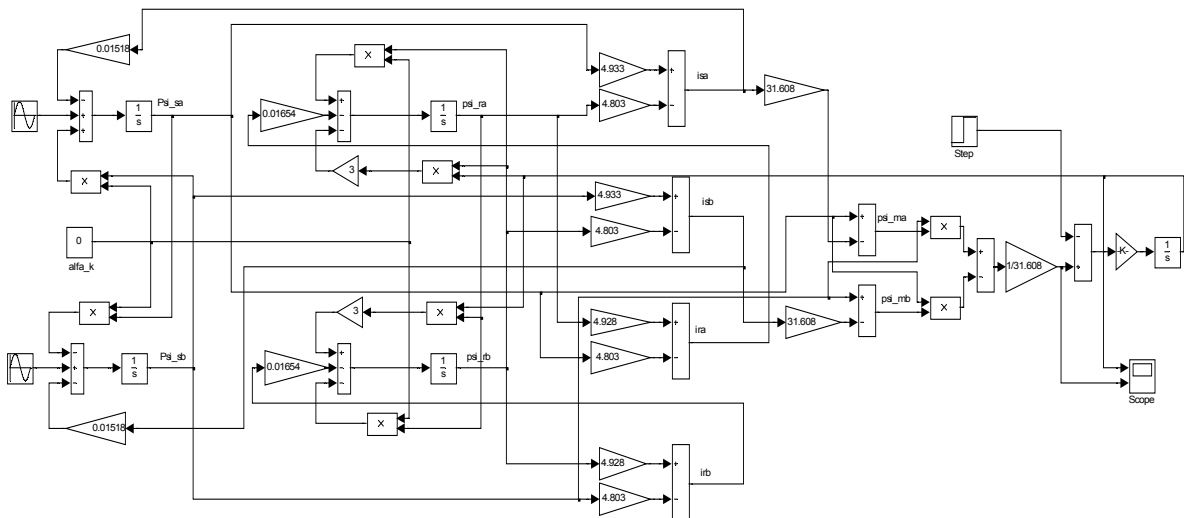


Рис. Модель асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором в системе координат с переменными  $\bar{\psi}_m - \bar{\psi}_s$  при  $\alpha_k = 0$

$$k1 := \frac{XR}{XS \cdot XR - XM^2} = 4.933$$

$$k2 := \frac{XM}{XS \cdot XR - XM^2} = 4.803$$

$$k3 := \frac{XS}{XR \cdot XS - XM^2} = 4.928$$

$$XM \cdot \frac{\pi}{XR} = 0.016$$

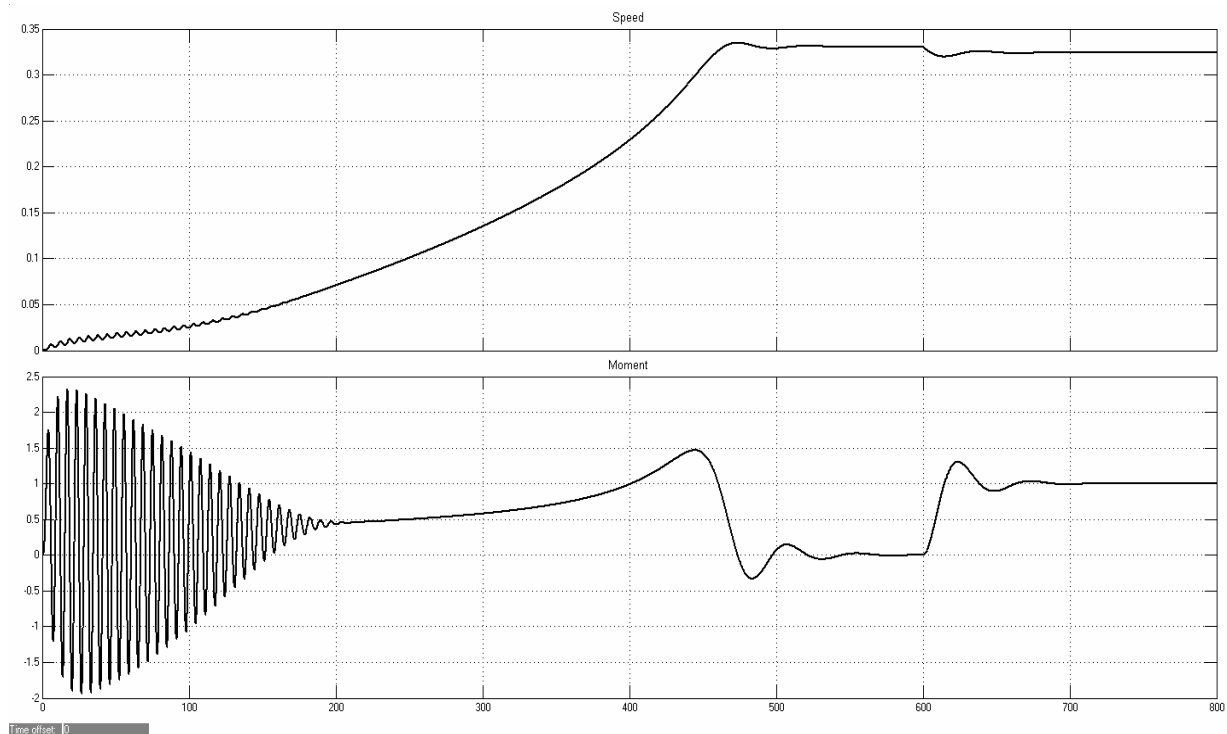


Рис. Относительные значения электромагнитного момента и скорости

### Библиографический список

1. Шрейнер Р.Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты. Екатеринбург: УРО РАН, 2000. 654 с.
2. Герман-Галкин С.Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем Matlab 6.0: Учебное пособие. – Спб.: Корона принт. 2001. – 320с., ил.
3. Емельянов А.А., Клишин А.В., Медведев А.В. Математическая модель АД в неподвижной системе координат с переменными  $\bar{\psi}_R - \bar{i}_R$  [Текст] / Молодой ученый. – 2010. -№4. – С. 8-24.
4. Шрейнер Р.Т. Электромеханические и тепловые режимы асинхронных двигателей в системах частотного управления. Екатеринбург: ГОУ ВПО «Рос. гос. проф.-пед. ун-т», 2008. 361 с.
5. Емельянов А.А., Медведев А.В., Кобзев А.В., Медведев А.В., Шепельков А.В., Зарубин Е.А., Воробьев А.Н. Математическая модель АД в неподвижной системе координат с переменными  $\bar{\psi}_m - \bar{i}_s$  [Текст] / Молодой ученый. – 2011. -№3. – С. 11-21.